第 39 卷 第 4 期　　地 球 物 理 学 报　　Vol. 39, No. 4
1996 年 7 月　　ACTA GEOPHYSICA SINICA　　July, 1996

P315.3

500-511

# 接收函数复谱比的最大或然性估计及非线性反演*

刘启元[1)]　Rainer Kind[2)]　李顺成[1)]

1) 国家地震局地质研究所,100029　北京

2) GeoForschungs Zentrum, Telegrafenberg A6, D-14473 Potsdam, Germany

## 摘　要

利用 Shamway 和 Der 的多道最大或然性反褶积原理，讨论了从单台三分量远震 P 波波形中分离接收函数径向与垂向分量复谱比的方法. 根据 Tarantola 的波形反演理论发展了接收函数复谱比的非线性反演方法. 本文的反演方法除了拟合接收函数的复谱比之外，还需拟合时间域中接收函数垂向与径向分量的初至振幅比. 合成波形数据反演的结果表明本文方法的反演结果不依赖初始模型. 利用该方法和 CDSN 台网兰州台记录的宽频带远震 P 波波形数据，研究了该台站的接收函数及其随方位角的变化. 接收函数复谱比非线性反演给出了该台站下方 140km 深度岩石层的 S 波速度结构，得到兰州台下方地壳厚度为 54km，岩石层厚度为 94km.

**关键词**　最大或然性，非线性反演，远震接收函数.

## 1　引　言

近年来，远震接收函数反演研究日益受到广泛的重视[1,2]. 接收函数反演主要是利用线性化波形反演技术拟合接收函数的径向分量，以便估计观测台站下方地球介质的 S 波速度结构. 由于避免了对天然地震震源及其附近结构混响效应等复杂因素的研究，接收函数反演方法在技术上具有比完整远震 P 波波形模拟更为简单易行的优点.

在接收函数反演方法[1]中，接收函数的估计是在等效震源假定下得到的[3]，这一假定仅限于在地壳结构比较光滑的情况下使用[4]. 对接收函数反演方法唯一性的数值检验已证明其反演结果依赖于初始模型[5]. 接收函数反演虽然在技术上已经作了若干改进，但都限于时间域的线性波形反演方法[5-7]. 线性的或线性化的波形反演方法要求充分接近"真实"的初始模型[8]，这使得已有的接收函数反演技术有赖于其他方法所获得的先验模型.

为了克服上述困难，本文提出一个根据接收函数径向与垂向分量复谱比的非线性反演，估计台站下方岩石层速度结构的方法，并将证明利用这一方法可根据单台三分量远震

* 地震科学联合基金和国家人事部联合资助的课题.
本文 1995 年 7 月 3 日收到，同年 10 月 18 日收到修改稿.

P 波波形可靠地估计台站下方岩石层 S 波速度结构。

## 2　接收函数复谱比的最大或然性估计

理论和观测结果表明，时间域中的远震 P 波可以表示为震源时间函数沿传播路径的介质响应及仪器脉冲响应的褶积[3]。据此，远震 P 波的三个分量在频率域中可以表示为

$$\begin{aligned} Y_v(\omega) &= X(\omega)R_v(\omega), \\ Y_r(\omega) &= X(\omega)R_r(\omega), \\ Y_t(\omega) &= X(\omega)R_t(\omega), \\ X(\omega) &= S(\omega)E(\omega)I(\omega). \end{aligned} \tag{1}$$

这里，$Y(\omega)$ 和 $R(\omega)$ 分别为远震 P 波和接收区介质脉冲响应的复谱；$\omega$ 为角频率；角标 v，r，和 t 分别表示垂向、径向和切向；$X(\omega)$ 定义为震源因子；$S(\omega)$ 和 $E(\omega)$ 分别为震源时间函数和除接收区以外的介质响应的复谱，对于光滑的地幔介质，$E(\omega)$ 则主要取决于震源区介质的混响效应；$I(\omega)$ 为仪器的频率响应。为简单起见，我们假定仪器的三个分量有相同的响应特性。

在接收函数反演方法中，根据文献[1]，接收函数径向分量的估计由

$$\hat{R}_r(\omega) = \frac{Y_v^*(\omega)Y_r(\omega)}{\phi(\omega)}G(\omega) \tag{2}$$

和

$$\phi(\omega) = \max\{Y_v^*(\omega)Y_v(\omega),\ c\max[Y_v^*(\omega)Y_v(\omega)]\}, \tag{3}$$

$$G(\omega) = \exp(-\omega^2/4\alpha^2) \tag{4}$$

给出。这里，"max" 表示取最大值，"*"表示复共轭。$0 < c < 1$ 为需要选择的常数。$c$ 的选择与数据噪声有关，并对结果的信噪比和分辨率有重要影响。$\alpha$ 为可以选择的系数，它用于改变 Gaussian 滤波器 $G(\omega)$ 的特性。

若将(1)式代入(2)—(4)式，化简后可有

$$\hat{R}_r = \frac{R_v^* R_r G}{\max\{|R_v|^2, c\max[|R_v|^2]\}}. \tag{5}$$

这里，$\omega$ 已被省略，以便简化公式。除特别需要外，下文中将使用同样的省略。

等效震源假定的实质是把时间域中接收函数的垂直分量近似看作 $\delta$ 函数。由(5)式可见，若等效震源假定成立，(5)式可以给出接收函数径向分量的正确估计。否则，(5)式给出的实际上是接收函数径向和垂向分量的复谱比，或简称接收函数的复谱比。在时间域中，这相应于接收函数径向分量被其垂直分量反褶积后的结果。

另外，(5)式中的常数 $c$ 对不同的频率分量是共同的，这意味着对不同的频率分量选择了一个公共的阈值，以保证算法的稳定和信噪比的改善。然而，噪声的不同频率分量可能并不相同，对不同的频率分量采用公共的阈值可能降低结果的分辨率，特别是由于远震 P 波水平分量的信噪比常常比较低，上述方法改善结果信噪比的能力是有限的。

下面讨论根据单台三分量远震 P 波波形数据估计接收函数复谱比的最大或然性方法。考虑由大体上位于同一地点的 $n$ 个远震组成的事件阵，并假定单个台站接收函数的

三个分量可以看作是相互独立的,在噪声存在的情况下,三分量远震P波的复谱可以表示成一个比(1)式更为一般的线性模型

$$Y_{lk}(\omega) = X_k(\omega)R_l(\omega) + N_{lk}(\omega), \tag{6}$$

这里,$k = 1,2,\cdots,n, l = 1,2,3$. 我们将约定 $l = 1$ 相应于垂直分量,$N_{lk}$ 为第 $k$ 个事件在第 $l$ 分量的噪声. (6)式意味着相应于不同震源因子 $X_k(k = 1,2,\cdots,n)$ 的接收因子 $R_l(l = 1,2,3)$ 可以看作是相同的,与不同观测分量的接收因子 $R_l(l = 1,2,3)$ 相应的同一事件的震源因子 $X_k(k = 1,2,\cdots,n)$也可以看作是相同的. 显然,(6)式等号右边的所有因子都是未知的.

对于在形式上类似于(6)式的线性模型, Shamway 和 Der[9] 给出了估计其未知因子的多道最大或然性反褶积 (MMLD) 算法. 根据这个算法震源因子 $X_k(k = 1,2,\cdots,n)$ 和接收因子 $R_l(l = 1, 2, 3)$ 可分别由最小方差估计器和最大或然性估计器给出. 它们之间的迭代将导致对震源因子的最小方差估计和对接收因子的条件最大或然性估计. 理论上可以证明, 这种迭代将总是提高接收因子估计的或然性[10]. 有关 MMLD 方法的理论细节可参见文献[9]. 对于(6)式的线性模型,我们将给出其相应的结果. 于是有

$$\hat{X}_k = D_k^{-1} \sum_{l=1}^{3} R_l^* Y_{lk}, \tag{7}$$

和

$$\hat{R}_l = C_l^{-1} \sum_{k=1}^{n} X_k^* Y_{lk}, \tag{8}$$

这里

$$D_k = \sum_{l=1}^{3} |R_l|^2 + \theta_k, \tag{9}$$

$$C_l = \sum_{k=1}^{n} |X_k|^2 + \sigma_k^2, \tag{10}$$

$$\hat{\theta}_k = f_v F_{xk}^{-1}, \tag{11}$$

$$\hat{\sigma}_k^2 = f_v D_k^{-1}, \tag{12}$$

$$F_{xk} = |X_k|^2 + \sigma_k^2, \tag{13}$$

$$\hat{f}_v = (3n)^{-1} \sum_{lk} |Y_{lk} - X_k R_l|^2 + |R_l|^2 \sigma_k^2. \tag{14}$$

$\theta_k$ 和 $\sigma_k(k = 1,2,\cdots,n)$ 可分别看作震源因子 $X_k$ 的噪声-信号比和估计方差. 需要指出的是,(7)—(14)式是在假定所有观测分量噪声相同的条件下得到的. $f_v$ 可看作是各分量的平均噪声估计, 在本文算法中, $f_v$ 的初始估计根据初至前背景噪声的最大熵谱给出[11]. 显然,由(6)式还可有

$$Y_{lk} = [X_k F][F^{-1}R_l] + N_{lk}, \tag{15}$$

式中,$F$ 是一任意的公共因子. (15) 式表明利用 MMLD 算法得到的解是不唯一的. 公共因子 $F$ 分配给震源因子或接收因子取决于对其中某一因子的初始估计.

对于单台三分量记录的情况来说, 很难用简单方法给出震源因子或接收因子的恰当初始估计. 为此, 我们把远震记录垂直分量的谱作为相应震源因子与接收因子垂直分量

乘积的初始估计，且定义 $X'_k = X_k R_v \approx Y_{vk}(k = 1,2,\cdots,n)$. 这里，$Y_{vk}$ 为第 $k$ 个远震事件垂直分量的复谱. 由(15)式可知，在上述初始条件下，利用 MMLD 算法得到的接收因子估计则为

$$\hat{R}_l = R_l / R_v, \qquad l = 1,2,3. \tag{16}$$

这表明(7)—(14)式给出的算法虽不能用于从单台三分量远震 P 波记录中分离出三分量的接收函数，但可以给出接收函数径向和切向与其垂向分量复谱比的最大或然性估计，并保留了它们在时间域中的初至振幅比的信息.

此外，比较(2)—(4)式给出的算法可以看到本文算法有以下特点：(1)接收函数复谱比的最大或然性估计是从远震事件阵的三分量 P 波记录中分离出公共的因子；(2)避免了对(2)式中常数 $c$ 的人为选择和对不同频率分量使用共同的噪声阈值；(3)接收函数的复谱比是从包含噪声的数据中分离出的结果，而不是简单地利用阈值水平来排除噪声的影响. 不难理解，这些都将有利于改善结果的信噪比和分辨率，特别是对从信噪比较低的观测数据中可靠地估计接收函数复谱比是非常有利的. Mangino 等[12]曾证明接收函数中的噪声将导致其反演结果中的虚假界面，因此，上述信噪比的改善对于接收函数反演有重要意义.

## 3　接收函数复谱比的非线性反演

下面将引入接收函数复谱域的非线性反演技术，并将证明，当反演中引入时间域接收函数垂向和径向分量的初至振幅比后，接收函数复谱比的非线性反演结果不但对初始模型没有严格的要求，而且也不依赖初始模型的选择. 本文方法依据 Tarantola[8] 的非线性反演理论，反演结果将是一维的 S 波速度模型.

在复谱域中，构造目标函数

$$S(\boldsymbol{m}) = \frac{1}{2}\{(\boldsymbol{g}(\boldsymbol{m})-\boldsymbol{d})^{*}\boldsymbol{C}_{\mathrm{D}}^{-1}(\boldsymbol{g}(\boldsymbol{m}) - \boldsymbol{d}) + (\boldsymbol{m} - \boldsymbol{m}_{\mathrm{p}})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{M}}^{-1}(\boldsymbol{m} - \boldsymbol{m}_{\mathrm{p}})\}, \tag{17}$$

这里，$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{m})$ 和 $\boldsymbol{d}$ 分别为理论和观测的数据矢量，它们的分量相应于不同频率的接收函数复谱比，$\boldsymbol{m}$ 为模型参数矢量，角标 P 表示其先验估计，$\boldsymbol{C}_{\mathrm{D}}$ 和 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{M}}$ 分别为数据和模型的协方差矩阵，*表示复共轭，T 表示转置.

(17)式中的目标函数可利用共轭梯度法优化[8]. 这里，仅给出与我们情况相应的必要结果. 对于共轭梯度法来说，关键是计算目标函数的梯度，它可以表示为

$$\gamma_N = \boldsymbol{C}_{\mathrm{M}}\left[\frac{\partial S_a}{\partial m_i}\right]_N$$

$$= \boldsymbol{C}_{\mathrm{M}}\overline{\boldsymbol{R}\boldsymbol{G}}_N^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{D}}^{-1}\mathrm{Re}(\boldsymbol{g}(\boldsymbol{m}) - \boldsymbol{d}) + \boldsymbol{C}_{\mathrm{M}}\overline{\boldsymbol{I}\boldsymbol{G}}_N^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{D}}^{-1}\mathrm{Im}(\boldsymbol{g}(\boldsymbol{m}) - \boldsymbol{d}) + (\boldsymbol{m}_N - \boldsymbol{m}_{\mathrm{p}}), \tag{18}$$

这里

$$\overline{\boldsymbol{R}\boldsymbol{G}}_N = \mathrm{Re}\left[\frac{\partial g^{a}}{\partial m_i}\right]_N, \qquad \overline{\boldsymbol{I}\boldsymbol{G}}_N = \mathrm{Im}\left[\frac{\partial g^{a}}{\partial m_i}\right]_N,$$

$g^n$ 和 $m_i$ 分别为预测数据矢量和模型矢量的分量，角标 $N$ 表示第 $N$ 次迭代的解.

利用预条件共轭梯度法可以加速反演的收敛. 在我们的情况下，预条件算子由

$$\boldsymbol{S}_0 \approx [\boldsymbol{I} + \boldsymbol{C}_M\overline{\boldsymbol{R}\boldsymbol{G}}^T\boldsymbol{C}_D^{-1}\overline{\boldsymbol{R}\boldsymbol{G}} + \boldsymbol{C}_M\overline{\boldsymbol{I}\boldsymbol{G}}^T\boldsymbol{C}_D^{-1}\overline{\boldsymbol{I}\boldsymbol{G}}]_{m_0}^{-1} \tag{19}$$

给出. 其中，$\boldsymbol{I}$ 为单位矩阵. 模型空间中解的后验协方差可用

$$\boldsymbol{C}_{M'} \approx [\boldsymbol{C}_M^{-1} + \overline{\boldsymbol{R}\boldsymbol{G}}^T - \boldsymbol{C}_D^{-1}\overline{\boldsymbol{R}\boldsymbol{G}} + \overline{\boldsymbol{I}\boldsymbol{G}}^T - \boldsymbol{C}_D^{-1}\overline{\boldsymbol{I}\boldsymbol{G}}]_{m_\infty}^{-1} \tag{20}$$

估计. 这里，$m_\infty$ 表示模型空间中的最大或然性点. 模型空间中解的分辨率可用后验分辨率算子

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{I} - \boldsymbol{C}_{M'}\boldsymbol{C}_M^{-1} \tag{21}$$

估计.

预测接收函数复谱比及其微分算法对反演计算的效率起着决定性的影响. 在我们的算法中，预测的接收函数采用 Müller[13] 的反射率法计算，并仅考虑单个慢度的接收区介质响应. 这意味着我们对入射的远震 P 波采用了平面波假定，并避免了对慢度的积分. 在这一算法中，由于界面的反射透射系数与频率无关，它们对不同的频率仅需要计算一次，而接收函数的复谱比则可根据(16)式得到. 若需要时间域波形，仅需把反演得到的接收函数复谱比变换到时间域，而时间域接收函数反演方法所需的大量 Fourier 变换则可以避免.

Randall[7] 曾给出计算接收函数微分地震图的高效算法，其中包括两个根据 Kennet 理论[14] 得到的算法：上行 (bottom-up) 法和下行 (top-down) 法. 用它们计算的介质响应被用作构成最终微分地震图的中间结果. 本文计算接收函数复谱比微分的方法与这个算法类似，但不同的是用 Müller 的反射率法代替其下行法.

与已有的接收函数反演方法不同，本文的反演方法中还引入了时间域接收函数垂向与径向的初至振幅比. 这意味着在反演过程中将保持预测的和观测的接收函数垂直分量在时间域中有相同的初至振幅.

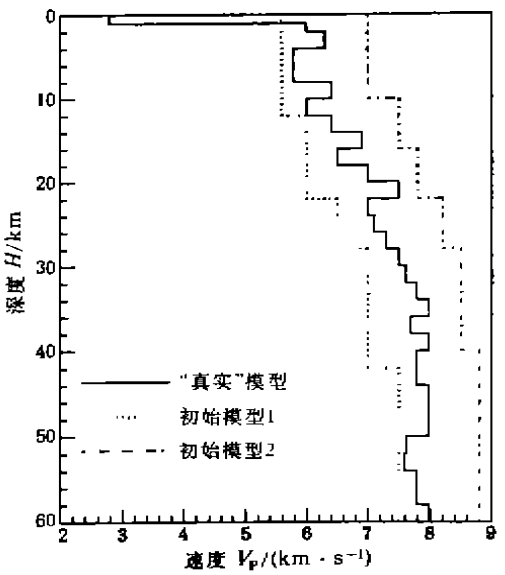


图 1 接收区的 P 波速度模型及用于反演的初始模型

## 4 数值检验

图 1 为数值检验中使用的接收区 P 波速度模型. 相应的 S 波速度模型由 $V_S = V_P/\sqrt{3}$ 给出，相应的密度模型由 $\rho = 0.32\,V_P + 0.77$ 给出. 这里，$V_P$ 和 $V_S$ 分别表示 P 波和 S 波速度，$\rho$ 为密度. 接收区以外的地球介质采用 PREM 模型[15]. 我们假定震中距为 50°，震源深度为 40km. 入射 P 波的慢度可根据给定的地球模型求出，在反演过程中，它将随接收区地球介质参数的改变而改变.

图 2 给出了在上述条件下用反射率法计算的接收区介质的脉冲响应及被其垂直分量反褶积后的结果. 由图 2 可见,两者之间存在明显的差别,这说明依据等效震源假定得到的接收函数可能存在明显的误差. 由于模型空间与数据空间的非线性映射关系，依据等效震源假定得到的接收函数反演将导致不正确的反演结果.

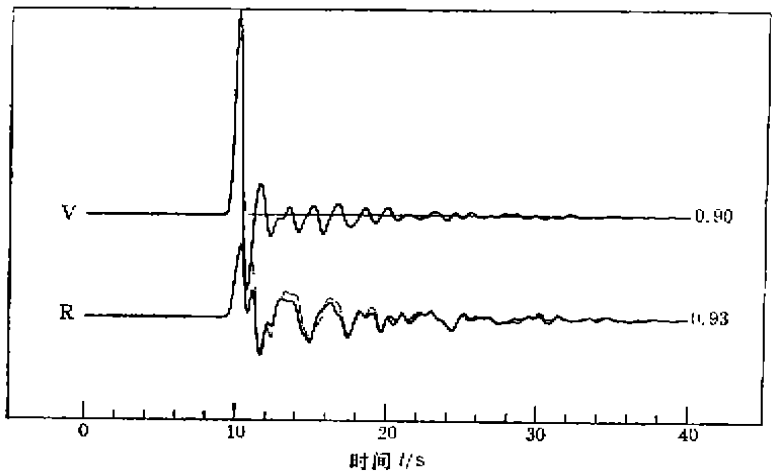


图 2　相应于图 1 接收区介质模型的接收函数(实线)及被其垂直分量反褶积后的结果(虚线)

图中给出的是被垂直分量归一后的波形比较，V 和 R 分别表示垂向和径向，右边的数字表示相关系数.

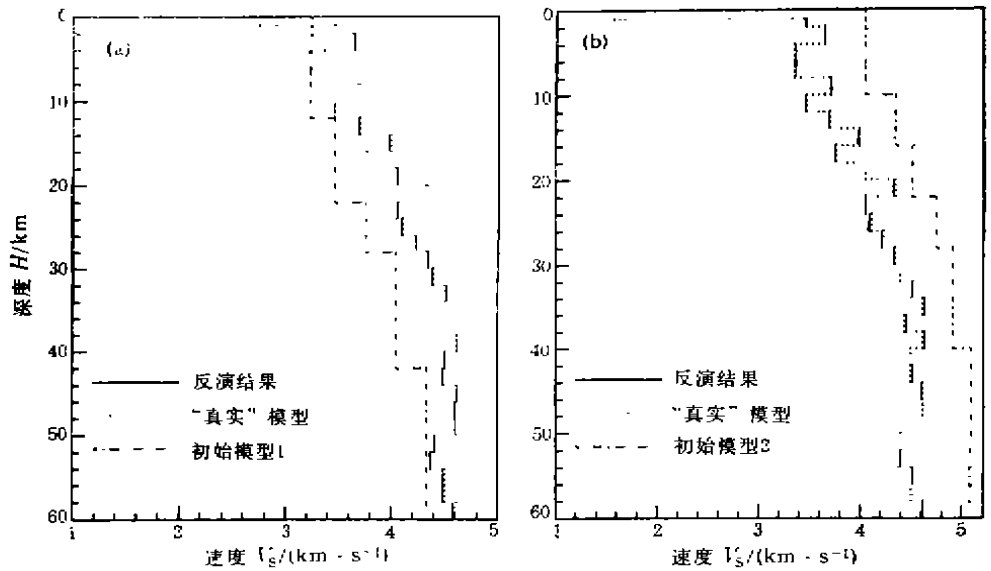


图 3　由不同初始模型得到的反演结果

(a) 初始模型 1; (b) 初始模型 2.

为了验证本文的反演方法，我们的检验由两个完全不同的初始模型开始. 由图 1 可见,它们与"真实"模型相距甚远,这将使我们的问题具有明显的非线性. 为了便于说明检

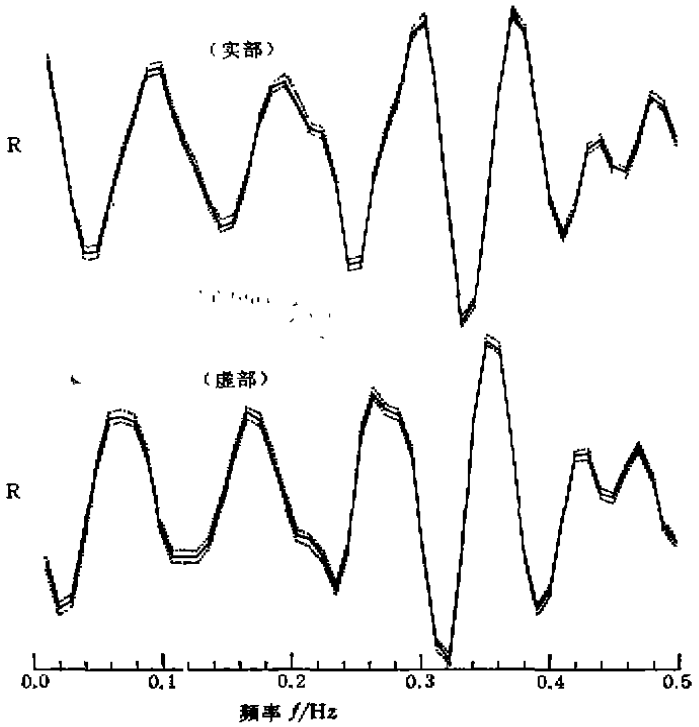


图 4 接收函数复谱比拟合结果
实线为反演结果；虚线表示数据的方差范围.

验的结果，对谱域中的"观测数据"仅赋予等于其最大谱振幅 3% 的误差.

图 3 给出了由图 1 所示的两个初始模型得到的反演结果，用于反演的数据为 2Hz 以下接收区介质响应. 作为一个例子，图 4 给出了由图 1 中平均速度较低的初始模型反演得到的接收函数复谱比拟合. 为了使图形清楚起见，这里仅给出频率为 0.5Hz 以下的复谱比拟合结果. 上述结果表明，当接收函数复谱比反演中引入时间域接收函数垂直与径向分量的初至振幅比时，尽管初始模型相距甚远，仍可利用本文的非线性反演方法得到与"真实"模型相当一致的反演结果.

## 5 CDSN 台网兰州台下方的岩石层速度结构

作为一个实际应用的例子，我们将本文的方法用于中国数字地震台网 (CDSN) 兰州台记录的宽频带远震 P 波波形数据的解释. 表 1 给出了所用的远震事件目录，它们大致覆盖了由 6.79°—262.65° 的方位角变化.

图 5 给出了利用本文方法得到的不同方位的接收函数. 由图 5 可见，尽管它们相应的震中距变化不大，但它们随方位的变化却相当明显，壳幔界面的 PS 转换波震相呈现可追踪的有规律变化. 理论和观测的结果表明，地壳内远震 PS 转换波震相对 P 波初动的到时不随震中距的变化发生明显的变化；对于同样的震中距，其强弱则主要取决于界面

**表 1　地震事件目录**

台站：CDSN-LZH　纬度：36.09°N　经度：103.84°E

| 序号 | 发震时刻 | 震中位置 $\varphi_N$/(°) | 震中位置 $\lambda_E$/(°) | 震中距 $\Delta$/(°) | 震源深度 $H$/km | 震级 $m_b$ | 方位角 $A$/(°) | 分组号 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1988-03-21-23:31:20.2 | 77.60 | 125.70 | 42.58 | 9 | 6.2 | 6.79 | 1 |
| 2 | 1987-09-22-22:05:14.3 | 76.40 | 134.30 | 42.58 | 13 | 6.0 | 10.15 | 1 |
| 3 | 1989-01-12-19:47:41.0 | 47.00 | 153.59 | 38.10 | 30 | 6.1 | 57.51 | 2 |
| 4 | 1989-01-09-13:42:37.3 | 46.97 | 153.53 | 38.06 | 34 | 6.6 | 57.56 | 2 |
| 5 | 1989-01-13-18:01:56.5 | 46.79 | 153.33 | 37.93 | 25 | 6.1 | 57.86 | 2 |
| 6 | 1990-10-13-00:20:24.3 | 16.23 | 147.92 | 43.78 | 27 | 6.0 | 105.12 | 3 |
| 7 | 1990-04-05-21:12:38.3 | 15.27 | 147.71 | 44.18 | 36 | 7.2 | 106.41 | 3 |
| 8 | 1990-04-06-14:57:21.1 | 15.19 | 147.78 | 44.28 | 35 | 6.3 | 106.44 | 3 |
| 9 | 1989-07-22-05:02:12.6 | 02.40 | 128.28 | 40.56 | 151 | 6.7 | 140.53 | 4 |
| 10 | 1989-08-06-06:36:30.8 | 01.89 | 128.29 | 41.00 | 133 | 6.0 | 140.91 | 4 |
| 11 | 1989-02-28-00:51:26.6 | 02.33 | 127.96 | 40.46 | 51 | 6.7 | 141.01 | 4 |
| 12 | 1988-04-19-20:48:47.1 | 01.90 | 127.40 | 40.55 | 34 | 6.1 | 142.08 | 5 |
| 13 | 1989-09-14-19:10:26.8 | 01.73 | 127.35 | 40.67 | 107 | 6.2 | 142.28 | 5 |
| 14 | 1987-02-13-07:18:31.4 | 00.70 | 126.20 | 41.02 | 60 | 6.6 | 144.58 | 6 |
| 15 | 1990-08-10-15:44:28.9 | 00.32 | 126.14 | 41.33 | 38 | 6.0 | 144.93 | 6 |
| 16 | 1990-08-25-15:47:57.1 | 00.49 | 126.03 | 41.13 | 43 | 6.2 | 144.96 | 6 |
| 17 | 1990-01-22-17:26:11.9 | 03.95 | 96.02 | 32.94 | 53 | 6.0 | 194.46 | 7 |
| 18 | 1990-11-15-02:34:33.1 | 03.83 | 97.43 | 32.80 | 62 | 6.3 | 191.87 | 7 |
| 19 | 1989-05-27-20:08:36.4 | 30.17 | 50.88 | 44.20 | 30 | 6.1 | 261.81 | 8 |
| 20 | 1988-12-06-13:20:43.7 | 29.74 | 51.52 | 43.85 | 38 | 6.0 | 262.68 | 8 |

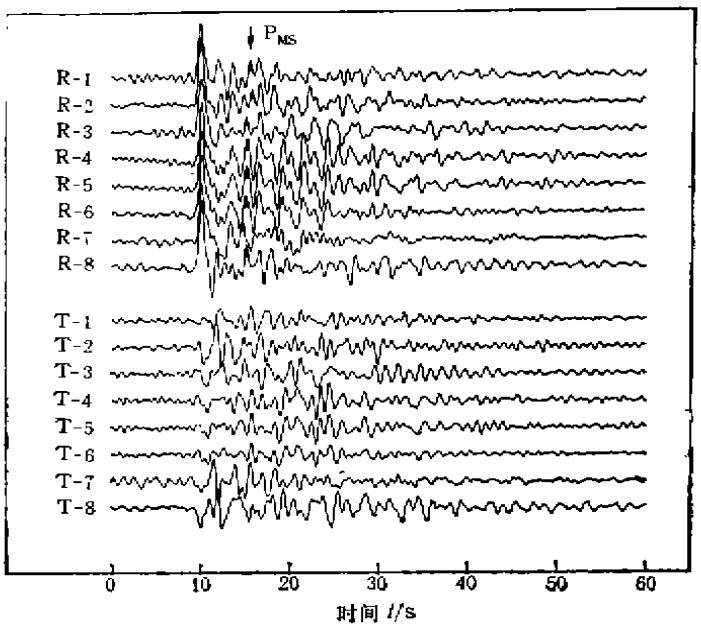


图 5　CDSN 兰州台接收函数随方位的变化

R 和 T 分别表示径向和切向，其后数字相应于表 1 中的分组号，$P_{MS}$ 表示在莫霍界面的转换震相.

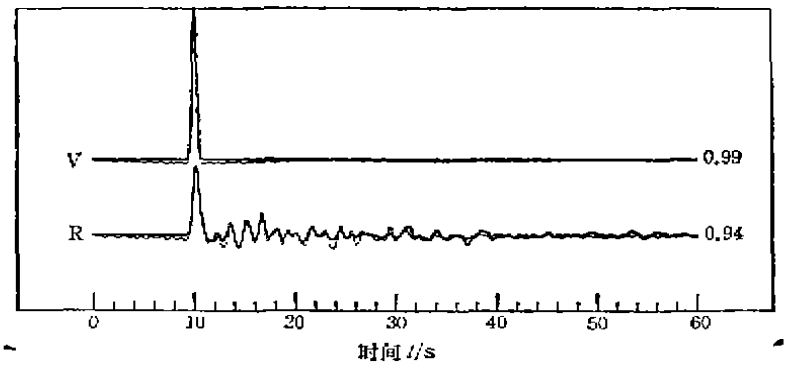


图 6 接收函数复谱比的时间域波形拟合

实线和虚线分别表示反演和观测结果；V 和 R 分别表示垂向和切向.

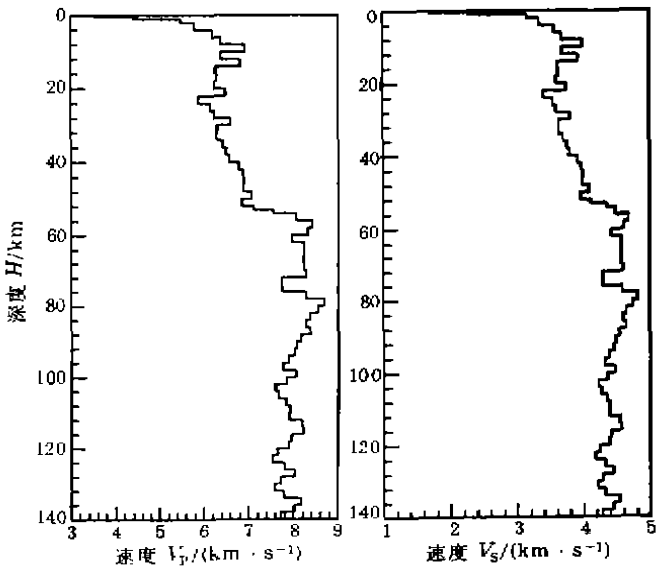


图 7 CDSN 台网兰州台下方的岩石层 P 波和 S 波速度模型

介质结构[15,17]. 根据壳幔界面 PS 转换震相在径向和切向分量上的振幅变化及 Zhang 和 Langston[18] 对横向非均匀介质接收函数随方位角变化的研究，我们推断 CDSN 台网兰州台下方的壳幔界面可能存在较明显的倾斜构造. 由于其倾向和走向的深入研究已超出本文的范围，有关问题将另文讨论.

为了利用本文的方法来研究 CDSN 台网兰州台下方的岩石层速度结构，我们把表 1 中所有事件的平均震中距和平均震源深度作为反演计算中所用的震中距和震源深度，并根据不同方位的接收函数复谱比求得其用于反演的期望值和方差. 模型参数的选取和水平慢度的计算方法与上一节数值检验中所用的基本相同. 不同的是，当我们定义 $V_S>4.44$km/s 时所相应的最小深度为壳幔边界的位置，并规定在地壳内 $V_P=1.732V_S$，在地幔内 $V_P=1.80V_S$. 在反演中，壳幔边界的位置和接收区底部的深度都不是不变的.

对于初始模型，我们规定接收区底部的深度为 60km，而后逐渐增加，以使波形有最佳拟合。需要说明的是本文的方法虽不要求初始模型的严格选择，但根据接收函数中 PS 转换震相的分析，可以初步推断可能存在的地壳界面及其位置，这将有助于减少迭代过程。

图 6 给出了接收函数复谱比在时间域中的波形拟合结果，表明预测接收函数的垂向与径向分量初至振幅比与观测结果一致。图 7 给出了用本文反演方法得到的 CDSN 台网兰州台下方的岩石层 S 波速度模型及相应的 P 波速度模型。

由图 7 可见，兰州台下方的上地壳结构并不简单，下地壳则相对比较光滑。按照本文的定义，壳幔界面的深度为 54km，在壳幔边界附近存在明显的速度跳跃。在 72—76km 的深度范围内存在明显的低速层，在 78—94km 的范围内存在速度的负梯度带。根据图 7 中所示的模型，它可以被推断为岩石层地幔向低速带的过渡区域，并据此推断岩石层的厚度为 94km。

对于兰州台及其邻近区域的地壳厚度已有用不同方法推断的结果。由天然地震体波数据得到该台下方的地壳厚度为 53km[19]，利用天然地震壳幔界面反射波得到的结果为 49.5km[20]。由人工地震折射剖面推测的结果则为 52km[21]。本文的结果与上述结果差别不大。

## 6 结　论

根据本文结果，可以得到以下结论：(1)对于宽频带远震 P 波波形数据，利用等效震源假定一般仅能得到接收函数水平分量被相应垂直分量反褶积后的结果，而不能把它简单地认为是接收函数的估计；(2)利用本文的接收函数复谱比最大或然性估计方法，可以避免通常反褶积中噪声阈值的人为选择，并可获得较好的信噪比和分辨率；(3)由于本文的接收函数反演方法中引入了接收函数垂直分量与径向分量的初至振幅比，反演结果将不依赖模型的初始估计；(4)本文的接收函数反演方法为非线性方法，因而不要求初始模型接近"真实"模型；(5)利用本文方法和 CDSN 台网兰州台不同方位的远震 P 波波形数据获得了该台站下方的岩石层垂向精细速度结构，根据该台站接收函数随方位的变化推断该台下方的地壳可能存在倾斜构造。不难想象，在高密度台站观测的情况下，利用本文方法还可从远震 P 波波形数据中获得岩石层结构的三维空间图像。

**致谢**　对 CDSN 数据中心给予的支持及陈久辉的帮助表示感谢。

## 参　考　文　献

[1] Owens, T. J., Taylor, S. R. Zandt, G., Seismic evidence for an ancient rift beneath the Cumberland Plateau, Tennessee: a detailed analysis of broadband teleseismic P waveforms, *J. Geophys. Res.*, **89**, 7783—7795, 1984.

[2] Cassidy, J. F., Numerical experimants in broadband receiver function analysis, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **67**, 677—691, 1992.

[3] Langston, C. A., Structure under mount Rainier, Washington, inferred from teleseismic body waves, *J. Geophys. Res.*, **84**, 4749—4762, 1979.

[4] Scherbaum, F., Seismic imaging of the site response using micro-earthquake recordings. part 1, method, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **77**, 1905—1923, 1987.

[5] Ammon, C. J., Randall, G. E., Zandt, G., On the nonuniqueness of receiver function inversion, *J. Geophys. Res.*, **95**, 303—15, 318, 1990.
[6] Kosarev, G. L., Makeyeva, L. I., Vinnik, L. P. Inversion of teleseismic P-wave particle motions for crustal structure in Fennoscandia, *Phys. Earth Planet. Int.*, **47**, 11—24, 1987.
[7] Randall, G. E., Efficient calculation of differential seismograms for lithospheric receiver functions, *J. Geophys. int.*, **99**, 469—481, 1989.
[8] Tarantola, A., Method for data fitting and model parameter estimation, In: Inversion Problem Theory. Amsterdam: Elsevier Science Publication Co., 1987.
[9] Shumway, R. H., Der, Z. A., Deconvolution of multiple time series, *Technometrics*, **27**, 385—393, 1985.
[10] Dempster, A. P., Laird, N. M., Rubin, D. B., Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm, *J. R. Statistical Soc. Ser. B*, **39**, 1—38, 1977.
[11] Burg, J. P., The relationship between maximum entropy spectra and maximum likelihood spectra, *Geophysics*, **37**, 375—376, 1972.
[12] Mangino, S. G., Zandat, G., Ammon, C. J., The receiver structure beneath MINA, Nevada, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **83**, 542—560, 1993.
[13] Müller, G., The reflectivity method: a tutorial, *J. Geophys.*, **58**, 153—174, 1985.
[14] Kennett, B. L. N., Seismic Wave Propagation in Stratified Media, Cambridge:Cambridge University Press, 1983.
[15] Dziewonski, A. M., Anderson, D. L., Preliminary reference Earth model, *Phys. Earth Planet. Int.*, **25**, 297—356, 1981.
[16] Liu Qiyuan, Kind, R., Lateral variation of the structure of the crust-mantle boundary from conversions of teleseismic Pwaves, *J. Geophys.*, **60**, 149—156, 1986.
[17] 刘启元、邵学忠，天然地震 PS 转换波动力学特征的初步研究，地球物理学报，**28**，291—302，1985.
[18] Zhang J., Langston, C. A., Dipping structure under Dourbes, Belgium, determined by receiver function modeling and inversion, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **85**, 254—268, 1995.
[19] 丁韫玉，SP′ 波与我国地壳厚度，地球物理学报，**14**，168—172，1965.
[20] 国家地震局"深部物探成果"编写组，中国地壳上地幔地球物理探测成果，北京：地震出版社，1986.
[21] 张少泉、陈学波、丁韫玉等，中国西部门源—平凉—渭南地震测深剖面的分析解释，见：国家地震局科技司主编，中国大陆深部构造的研究与进展，北京：地质出版社，1988.

# MAXIMAL LIKELIHOOD ESTIMATION AND NONLINEAR INVERSION OF THE COMPLEX RECEIVER FUNCTION SPECTRUM RATIO

LIU QI-YUAN[1] RAINER KIND[2] LI SHUN-CHENG[1]

1) *Institute of Geology, State Seismological Bureau, 100029 Beijing, China*

2) *GeoForschungs Zentrum Potsdam, Telegrafenberg A6, D-14473 Potsdam, Germany*

## Abstract

In this study, we describe a new method of estimating the complex spectrum ratio between the radial and vertical components of the receiver function from teleseismic P waveforms recorded by a three-component station. Our method is based on the multi-channel maximal likelihood deconvolution theory by Shumway and Der (1985). According to the theory by Tarantola (1987) we also present a nonlinear inversion algorithm of the complex spectrum ratio of the receiver function. Besides modeling the complex spectrum ratio, the onset amplitude ratio between the vertical and radial components of the receiver function in time domain is fitted also in our inversion procedure. The synthetic inversion test has demonstrated that the inverted model by our method is independent on the initial models.

As an example, the lithospheric receiver functions at the CDSN-LZH station have been obtained by using our method. Their variation with azimuths have been found. The newly developed inversion method has been used for investigating the fine lithosphere S velocity structure beneath the CDSN-LZH station.Our results show 54km thick crust and 94km thick lithosphere.

**Key words** Maximal likelihood, Nonlinear inversion, Teleseismic receiver function

**作者简介**　刘启元，男，1945 年 10 月生，1969 年毕业于北京大学地球物理系，1982 年在中国科技大学研究生院获理学硕士学位，现任国家地震局地质研究所研究员，主要从事理论及应用地震学研究，已发表学术论文及研究报告30多篇.